

4.4.4 Graf funkce I

Předpoklady: 040403

Pedagogická poznámka: Původně jsem si po předchozí hodině, kde se žáci zcela bez problémů orientovali v termografu myslel, že grafy nebudou žádný problém. Ukázalo se, že spojitý fyzikální graf (mnoho podobných grafů žáci znali z fyziky) představuje pro žáky úkol zcela jiné úrovně než zpretrhané (případně bodové) grafy v matematice. Látka poté nakynula do tří hodin, které už se zdají dostatečné k dobrému zvládnutí.

Př. 1: Urči definiční obory funkcí.

$$\text{a) } y = \frac{x+1}{4} \quad \text{b) } y = \sqrt{2x-1} \quad \text{c) } y = \frac{x+1}{x-2} \quad \text{d) } y = \sqrt{\frac{2}{x+1}}$$

$$\text{a) } y = \frac{x+1}{4} \quad D(f) = R \text{ (neznámou ani nedělíme ani není pod odmocninou)}$$

$$\text{b) } y = \sqrt{2x-1}$$

Pod odmocninou nesmí být záporné číslo: $2x-1 \geq 0 \quad /+1$

$$2x \geq 1 \quad /:2$$

$$x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow D(f) = \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right)$$

$$\text{c) } y = \frac{x+1}{x-2}$$

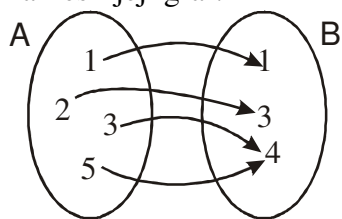
Zadání obsahuje zlomek, nesmíme dělit nulou $\Rightarrow x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \quad D(f) = R - \{2\}$

$$\text{d) } y = \sqrt{\frac{2}{x+1}}$$

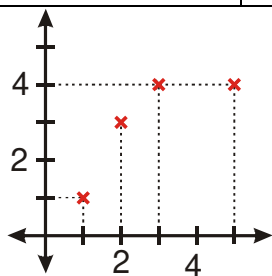
- Zadání obsahuje zlomek, nesmíme dělit nulou $\Rightarrow x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$.
- Zadání obsahuje odmocninu, pod kterou nesmí být záporné číslo: $x+1 \geq 0 \quad /-1$
 $x \geq -1$.

$$D(f) = (-1; \infty)$$

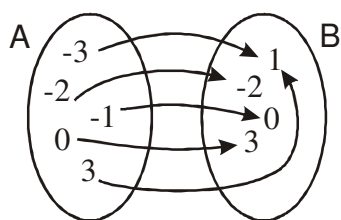
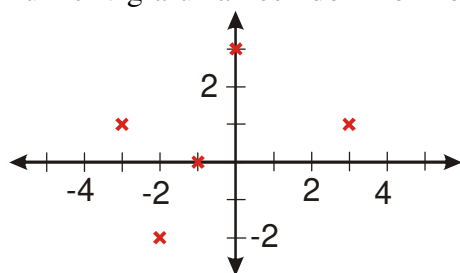
Př. 2: Na množinovém obrázku je zachycena funkce $f(x)$. Napiš tabulku funkce a nakresli její graf.



x	1	2	3	5
y	1	3	4	4



Př. 3: Funkci v grafu zakresli do množinového obrázku a zapiš do tabulky.



x	-3	-2	-1	0	3
y	1	-2	0	3	1

Př. 4: Sestav slovní postup jak v grafu najít:

- funkční hodnotu k zadané hodnotě nezávislé proměnné,
- hodnotu nezávislé proměnné, jejíž funkční hodnota se rovná zadané hodnotě závislé proměnné.

a) nalezení funkční hodnoty zadané hodnoty nezávislé proměnné
K zadanému x máme najít y .

- Najdeme zadanou hodnotu x na vodorovné ose x .

- Z nalezené hodnoty si představíme svislou čáru a hledáme místo, ve kterém tato čára protne graf funkce.
- Z průsečíku si představíme vodorovnou čáru a hledáme místo, ve kterém se protne s osou y .
- Nalezený průsečík určuje hodnotu závislé proměnné y .

b) hodnoty nezávislé proměnné, jejíž funkční hodnota se rovná zadané hodnotě závislé proměnné

K zadanému y máme najít x .

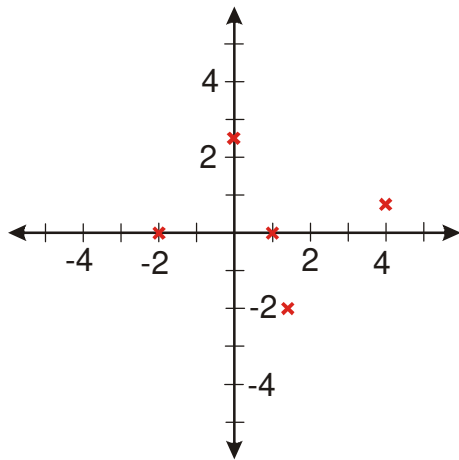
- Najdeme zadanou hodnotu y na svislé ose y .
- Z nalezené hodnoty si představíme vodorovnou čáru a hledáme místo, ve kterém tato čára protne graf funkce.
- Z průsečíku si představíme svislou čáru a hledáme místo, ve kterém se protne s osou x .
- Nalezený průsečík určuje hodnotu nezávislé proměnné x .

Př. 5: Nakresli graf funkce dané tabulkou. Urči její $D(f)$ a $H(f)$

x	-2	0	1	$\sqrt{2}$	4
y	0	$\frac{5}{2}$	0	-2	$\frac{3}{4}$

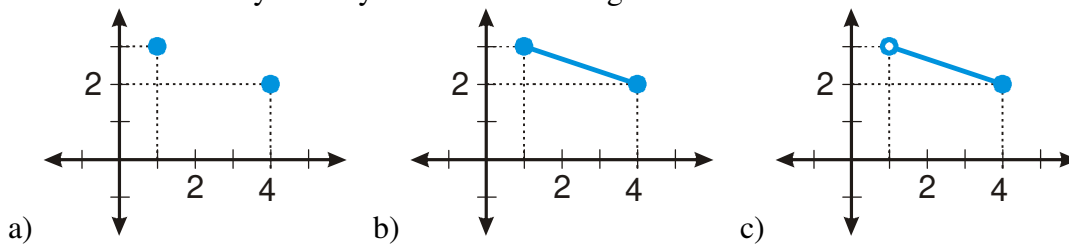
$$D(f) = \{-2; 0; 1; \sqrt{2}; 4\}$$

$$H(f) = \left\{-2; 0; \frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right\}$$

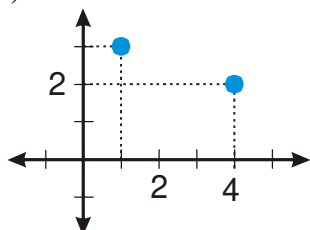


Pedagogická poznámka: S grafem jsou dva problémy - zobrazování odmocniny a hlavně spojování bodů (tím se pak zabývá následující příklad). Ukazujeme si na tabuli, že jakmile spojíme dva body, jsme schopni určit funkční hodnoty i pro čísla mezi nimi a tím funkci změníme.

Př. 6: Urči definiční obory a obory hodnot funkcí na grafech.



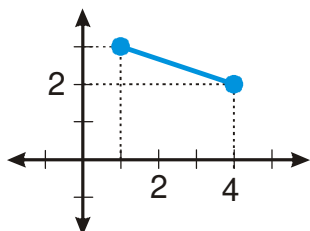
a)



$$D(f) = \{1; 4\}$$

$$H(f) = \{2; 3\}$$

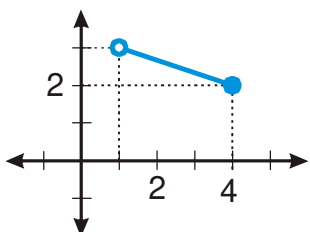
b)



$$D(f) = \langle 1; 4 \rangle$$

$$H(f) = \langle 2; 3 \rangle$$

c)



$$D(f) = (1; 4)$$

$$H(f) = \langle 2; 3 \rangle$$

Shrnutí: Spojením bodů v grafu do definičního oboru přidáváme další hodnoty.